

南山大学大学院 入学試験問題集

理工学研究科

2024年度

NANZAN
UNIVERSITY

目 次

《博士前期課程》

数学、物理	1
英語	9
専門領域に関する基礎知識	13

(問題紙)

●2～4ページの6題([1-1],[1-2],[2-1],[2-2],[3-1],[3-2])のうち、次のように3題を選択して解答しなさい：

- ・ [1-1]と[1-2]から1題を選択
- ・ [2-1]と[2-2]から1題を選択
- ・ [3-1]と[3-2]から1題を選択

●選択した各問題に対して、1枚の解答紙を用い、各解答紙の所定の欄に選択した問題番号を記入しなさい(例:[1-2],[3-1])。

解答紙の表面だけで書ききれない場合は裏面を使ってもよいが、その旨を明記すること。

[1-1] 関数 $f(x, y) = x^3 + y^2 - 2xy$ を考える。

(1) $f(x, y)$ の停留点, すなわち, $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ を満たす点 (x, y) をすべて求めよ。

(2) $D(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ を求めよ。

(3) $f(x, y)$ の極値を求めよ。

[1-2] 領域 $D = \{(x, y) \mid x + y \geq 0, x^2 + y \leq 2\}$ と重積分 $I = \iint_D x \, dx dy$ を考える。

(1) 領域 D を xy 平面上に図示せよ。

(2) 重積分 I を累次積分 (逐次積分) で表せ。

(3) I を求めよ。

[2-1]

- (1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ とする。 A の固有値 λ_1, λ_2 (ただし $\lambda_1 < \lambda_2$ とする) と, それぞれに対応する固有ベクトル v_1, v_2 を一つずつ求めなさい。
- (2) A を相似変換 $P^{-1}AP$ で対角化する行列 P を一つ求め, 対角化後の $P^{-1}AP$ を求めなさい。
- (3) $c = 2, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ とする。 $(3, 3)$ 型行列 D を $D = \begin{bmatrix} c & b^T \\ 0_{2 \times 1} & A \end{bmatrix}$ とおく。ここで $0_{2 \times 1}$ はすべての成分が0である2次元のベクトルであり, b^T は b の転置である。 D は λ_1 を固有値の一つにもつことを示し, さらに D の固有値 λ_1 に対応する固有ベクトルを一つ求めなさい。

[2-2]

- (1) $\mathbb{R}^3$ の部分空間

$$V_1 = \left\{ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \mid \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

の次元と基底を一組求めなさい。

- (2) $\mathbb{R}^3$ の部分空間 V_2 をベクトル $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ が張る空間, すなわち $V_2 = \text{Span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$ とする。 $V_1 \cap V_2 = \{0\}$ を示しなさい。

- (3) V_1 の直交補空間 $V_1^\perp$ の次元を求めなさい。ここで, 部分空間 W の直交補空間 $W^\perp$ とは W のすべての元と直交するベクトルからなる部分空間である。
- (4) シュミットの直交化法を用いて $V_1^\perp$ の正規直交基底を一組求めなさい。計算過程を示すこと。

[3-1]

xy 座標平面上を質量 m の小さい物体 A が運動しており, 時刻 t における位置ベクトルは $\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} a \cos \omega t \\ a \sin \omega t \end{pmatrix}$ である. ただし a, ω はある正の定数である. 以下の問に答えよ. (3), (4) については計算の過程も書くこと.

- (1) 物体 A は等速円運動をしている. この等速円運動の中心, 半径, 角速度を答えよ.
- (2) 物体 A の時刻 t における速度 $\dot{\mathbf{r}}(t)$ および加速度 $\ddot{\mathbf{r}}(t)$ を求めよ.
- (3) Newton の運動方程式に基づいて, 物体 A にこのような運動をさせる力 $\mathbf{f}(t)$ を求めよ.
- (4) xy 座標平面の原点に質量 M の小さい物体 B が固定されており, (3) で求めた力 $\mathbf{f}(t)$ は, 物体 B が物体 A に及ぼす万有引力 $-\frac{GMm}{\|\mathbf{r}(t)\|^3}\mathbf{r}(t)$ である. ただし G は万有引力定数である. このとき, 物体 A の等速円運動の半径を ω, G, M の式で表せ.

[3-2]

x 軸上を運動する質量 m の小物体が非線形な特性を持つバネにつながれており, 物体の位置が x であるときにバネから受ける力は $f(x) = -kx - nx^3$ である. また, 時刻 $t = 0$ における物体の位置は $x(0) = a$, 物体の速度は $\dot{x}(0) = 0$ である. ただし k, n, a はある正の定数である. 以下の問に答えよ. 計算の過程も書くこと.

- (1) 物体の位置が x であるときのポテンシャルは $U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{4}nx^4$ と定められる. このことを確かめよ.
- (2) 時刻 $t = 0$ における物体のポテンシャルと運動エネルギーを求めよ.
- (3) 時刻 $t = T$ における物体の位置が $x(T) = 0$ であるとする. 力学的エネルギー保存則に基づいて, この時刻における物体の速度の絶対値 $|\dot{x}(T)|$ を求めよ. ただし T はある正の定数である.
- (4) $m = 1 [\text{kg}]$, $k = 3 [\text{N/m}]$, $n = 2 [\text{N/m}^3]$, $a = 1 [\text{m}]$ のとき, (3) で求めた $|\dot{x}(T)|$ を単位つきの数値で表せ. 有効数字は考えなくてよい.

(問題紙)

●2～4ページの6題([1-1],[1-2],[2-1],[2-2],[3-1],[3-2])のうち、次のように3題を選択して解答しなさい：

- ・ [1-1]と[1-2]から1題を選択
- ・ [2-1]と[2-2]から1題を選択
- ・ [3-1]と[3-2]から1題を選択

●選択した各問題に対して、1枚の解答用紙を用い、各解答紙の所定の欄に選択した問題番号を記入しなさい(例:[1-2],[3-1])。

解答紙の表面だけで書ききれない場合は裏面を使ってもよいが、その旨を明記すること。

[1-1] 関数 $f(x, y) = x^2 + y^3 - 3xy - 2x$ を考える。

(1) $f(x, y)$ の停留点, すなわち, $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ を満たす点 (x, y) をすべて求めよ。

(2) $D(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ を求めよ。

(3) $f(x, y)$ の極値を求めよ。

[1-2] 累次積分 (逐次積分)

$$I = \int_0^1 \left(\int_x^1 e^{-y^2} dy \right) dx$$

を考える。

(1) I の積分領域 D を xy 平面上に図示せよ。

(2) I の積分の順序を交換して, 先に x で積分する累次積分に書き直せ。

(3) I を求めよ。

[2-1]

 a を実数定数として

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

とする。

- (1) B の固有値と対応する固有ベクトルの組をすべてを求めよ。
- (2) B を相似変換 $P^{-1}BP$ で対角化する行列 P を一つ求め、対角化後の $P^{-1}BP$ を求めなさい。
- (3) A の固有値を求めよ。
- (4) $a=3$ とする。 A の固有値で代数的重複度が2であるものを求め、さらにその固有値に対応する固有空間の次元と基底を一組を求めなさい。

[2-2]

 $\mathbb{R}^3$ の部分空間

$$W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \right\}, \quad W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \right\}$$

について以下の問いに答えよ。

- (1) 次の命題の真偽を理由とともに答えよ。

$$W_2 \subset W_1$$

- (2) W_1 の直交補空間 $W_1^\perp$ の基底一組と次元を求めなさい。ここで、部分空間 W の直交補空間 $W^\perp$ とは W のすべての元と直交するベクトルからなる部分空間である。
- (3) シュミットの直交化法を用いて $W_1^\perp$ の次元と正規直交基底を一組求めなさい。計算過程を示すこと。

[3-1]

x 軸上を運動する質量 m の小物体がバネとダンパにつながれており、物体の位置が x で、速度が $\dot{x}$ であるとき物体は $f = -kx - \ell\dot{x}$ の力を受ける。ただし k, ℓ は正の定数である。以下の問に答えよ。計算の過程も書くこと。

- (1) Newton の運動方程式に基づいて、時刻 t における物体の位置 $x(t)$ が従う微分方程式を導け。
- (2) $m = 1, k = 5, \ell = 2$ のとき、(1) で導いた微分方程式の特性方程式を導き、その解を求めよ。
- (3) (2) の結果に基づいて、 $m = 1, k = 5, \ell = 2$ のときの (1) の微分方程式の一般解を求めよ。
- (4) (3) で求めた一般解について、さらに初期条件 $x(0) = 1$ と $\dot{x}(0) = 0$ を満たす特殊解を求めよ。

[3-2]

xyz 座標空間の原点に質量 M の小さい物体 A が固定されており、質量 m の小さい物体 B は物体 A からの万有引力だけを受けて運動する。このとき、物体 B が位置ベクトル $\mathbf{r}$ の位置で持つ万有引力のポテンシャルは $U(\mathbf{r}) = -\frac{GMm}{\|\mathbf{r}\|}$ である。 $G = 6.7 \times 10^{-11} [\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)]$, $M = 6.0 \times 10^{24} [\text{kg}]$, $m = 1 [\text{kg}]$, $\sqrt{10} = 3.2$ として以下の問に答えよ。計算の過程も書くこと。

- (1) 時刻 $t = 0$ における物体 B の位置ベクトル $\mathbf{r}(0)$ は $\|\mathbf{r}(0)\| = 20.1 \times 10^6 [\text{m}]$ を満たす。このときの物体 B のポテンシャル $U(\mathbf{r}(0))$ を単位つきの数値で表せ。
- (2) 時刻 $t = T$ における物体 B の位置ベクトル $\mathbf{r}(T)$ は $\|\mathbf{r}(T)\| = 13.4 \times 10^6 [\text{m}]$ を満たす。このときの物体 B のポテンシャル $U(\mathbf{r}(T))$ を単位つきの数値で表せ。ただし T は正の定数である。
- (3) 時刻 $t = 0$ における物体 B の速度ベクトル $\dot{\mathbf{r}}(0)$ は $\|\dot{\mathbf{r}}(0)\| = 4.0 \times 10^3 [\text{m/s}]$ を満たす。このときの物体 B の運動エネルギー $\frac{1}{2}m\|\dot{\mathbf{r}}(0)\|^2$ を単位つきの数値で表せ。
- (4) (1), (2), (3) の結果に基づいて、時刻 $t = T$ における物体 B の速さ $\|\dot{\mathbf{r}}(T)\|$ を単位つきの数値で表せ。
- (5) 時刻 $t = 0$ における物体 B の位置ベクトル $\mathbf{r}(0)$ が $\|\mathbf{r}(0)\| = 20.1 \times 10^6 [\text{m}]$ を満たすとき、速さ $\|\dot{\mathbf{r}}(0)\|$ がいくつ以上であれば物体 B は無限遠に行くことができるか。単位つきの数値で表せ。

(問題 紙)

1. 次の英文の下線部(1)を訳せ。下線部(2)の記述に関して, “memex” とは, どのようなものを簡単に説明せよ。また, 下線部(3)を訳せ。

It is impossible to place the origins of the Internet in a single moment of time. (1) One could argue that its roots lie in the earliest communications technologies of centuries and millennia past, or the beginnings of mathematics and logic, or even with the emergence of language itself. For each component of the massive infrastructure we call the Internet, there are technical (and social) precursors that run through our present and our histories. We may seek to explain, or assume away, whatever range of component technologies we like. It is equally possible to narrow Internet history down to specific technologies with which we are the most familiar.

There are also many individuals that may be said to have “predicted” the Internet. In 1908, Nikola Tesla foresaw a technology that would allow “a business man in New York to dictate instructions, and have them instantly appear in type at his office in London or elsewhere” and would allow global access to “any picture, character, drawing, or print.” Thirty years later, H. G. Wells articulated his idea of a “World Brain” as “a depot where knowledge and ideas are received, sorted, summarized, digested, clarified and compared.” These ideas were followed by a 1945 essay by Vannevar Bush, predicting a machine with collective memory that he called the (2)memex, with which “Wholly new forms of encyclopedias will appear, ready-made with a mesh of associative trails running through them, ready to be dropped into the memex and there amplified.”

These predictions, however, do not help us understand why the specific events, innovations, people, and circumstances that formed our Internet emerged when they did. Doing so is not possible from the scale of centuries or single individuals. This column's focus is on the defining inventions and decisions that separate early technologies that were clearly not the Internet, from a wide range of recent inventions that may help characterize our Internet, but were also built within it. (3) Thus, in this column we trace both the early history of the science and infrastructure that emerged as the ARPANET, and the trajectory of development it set for the even broader construct that we now call the Internet.

(以下, 略)

[注意] ARPANET … Advanced Research Projects Agency NETwork は, 世界で初めて運用されたパケット通信コンピュータネットワーク。インターネットの起源となるコンピュータネットワーク。

出典: Reprinted with permission from An early history of the internet [History of Communications] by Leonard Kleinrock, IEEE Communications Magazine

2. 次の英文を読み, 以下の問いに答えよ.

著作権の関係により掲載しておりません

(出典: Cardiff University, AI helps optimize power electronic converters, TechXplore, November 9, 2022
より抜粋, 一部編集)

(参考) power converter: 電力変換器, current: 電流

- 問1. 下線部(1)は何を指すのか, 英語で答えよ.
- 問2. 下線部(2)を日本語に訳せ.
- 問3. 電力変換器を適切に設計する際に重要とされる点について, 英語で答えよ.
- 問4. 下線部(1)の the method の特徴を日本語で簡潔に答えよ.

(問題 紙)

1. 次の英文の下線部(A), 下線部(B), 下線部(C)を訳せ.

A USE CASE ON McDonald's USE OF AI

In 2017, McDonald's launched its new business strategy called the Velocity Growth Plan, which aimed to achieve growth through increased guest counts. The strategy is customer-focused in that its outcomes include retaining existing customers, regaining lost customers, and converting casual customers into committed customers. (A)To operationalize this new strategy, McDonald's corporation focused on three D's: (1) enhancing digital technologies to elevate customer experience, (2) making delivery more convenient, and (3) making customer experience faster at drive-thru.

(中略)

Another AI project piloted by McDonald's intends to answer the question: "Can we use machines to understand and converse with customers to take orders?" McDonald's is testing AI-enabled automated voice order-taking at 10 drive-thrus in the Chicago area. This system is aided by the technology provided by Apprente, a voice-based technology company acquired by McDonald's in 2019. Chris Kempczinski, the CEO of McDonald's, suggests that the system is about 85% accurate. Kempczinski mentioned that they had to concurrently train human assistants because as soon as there was a question or an issue with the AI system, the employees immediately stepped in. This caused the system to get less overall data points. The CEO believes that it might take about 5 years for this system to be ready to scale up. (B)As for the technologies and skills, Kempczinski suggested that instead of building internal capabilities for these advanced technologies, they may rely on acquisitions and partners to implement and scale such types of technologies. In fact, McDonald's created an internal division called McD Tech Labs, and appointed the co-founder of Apprente as the VP and the firm's employees as its core team. McDonald's plans to expand Tech Labs by hiring additional engineers, data scientists, and other technologists. (C)As for data governance issues, although McDonald's suggested that they take data security seriously by paying attention to the GDPR and the CCPA, they were recently hit with a lawsuit by an Illinois customer who alleged that McDonald's had collected his voice data without consent when he ordered through the voice-enabled AI system. The lawsuit alleges that McDonald's collection of voiceprint information without customer consent is in violation of the Illinois' Biometric Information Privacy Act, or BIPA. This lawsuit is a stark reminder that any shortcomings in data governance efforts of organizations will be quickly exposed as they move towards implementing AI technologies.

[注意]

Kempczinski... ケンプチンスキー (マクドナルド本社の社長兼 CEO)

GDPR and the CCPA... GDPR (EU 一般データ保護規則) と CCPA (カリフォルニア州消費者プライバシー法)

BIPA... イリノイ州バイオメトリック情報プライバシー保護法

(出典: AI Magazine, "An AI decision-making framework for business value maximization"より抜粋。一部改変)

2. 次の英文を読み、以下の問いに答えよ。

A dwindling birth rate combined with a growing elderly population produces easily calculable results. The population ages at such-and-such a pace, the working population declines and the dependent elderly population rises, with foreseeable strains on the economy and social welfare programs. (1) The signs have been clear since the mid-1980s, says economist Kazumasa Oguro. Little was done, and the crisis proceeded unchecked.

All developed countries are aging, but (2) none as rapidly as Japan. In 2020, 28.8 percent of Japanese were elderly – 65 or over – versus 20 percent in the U.S. and Europe. That's nothing compared to what's ahead, says Spa.

In 2025 the youngest of Japan's baby boom generation turn 75. From 2025 to 2040, the "working-age population" (age 20-64) will fall by about 10 million. "It's like a tsunami," says Oguro.

A rising tsunami, he might have said. In 2000 there were 3.6 people of working age per elderly person. By 2050 there will be 1.3. Where will the money come from? (3) Supposing the consumption tax to be the source, calculations show it will have to rise from the current 10 percent to 22 percent by 2040 and 30 percent by 2060. That is, Spa adds, presuming the economy grows at a modest but steady pace of 1 percent per year. Oguro, for one, fears that's overly optimistic.

(出典: "The crisis of super-aging ·how can Japanese society cope?", JAPAN TODAY, January 22, 2022 より抜粋, 一部編集.)

(参考) dwindle: 減少する foreseeable: 予測可能な strain: 負担

問1. 下線部(1)の The signs (兆候)が指す内容を日本語で答えなさい。(20 文字以内)

問2. 下線部(2)の主張について、その根拠を日本語で答えなさい。

問3. 下線部(3)を日本語に訳しなさい。

（問 題 紙）

領域[1]～[8]から、志望する専攻の選択条件を満たすように2領域を選択し、解答しなさい。

選択した各領域に対して1枚の解答紙を用い、各解答紙の所定の欄に選択した領域の番号を記入しなさい。

解答紙の表面だけで書ききれない場合は裏面を使ってもよいが、その旨を明記すること。

I. 領域

[1] オペレーションズ・リサーチ

[2] 統計学

[3] 数理論理学

[4] ソフトウェア工学

[5] 情報科学

[6] システム工学

[7] 通信ネットワーク

[8] 機械学習工学

II. 各専攻の選択条件

○データサイエンス専攻を志望する学生

[1], [2], [3], [8] から1領域を選択、残り7領域から1領域を選択

○ソフトウェア工学専攻を志望する学生

[4], [5] から1領域を選択、残り7領域から1領域を選択

○機械電子制御工学専攻を志望する学生

[6], [7] から1領域を選択、残り7領域から1領域を選択

[1]

問1 以下の問題を数理計画問題として定式化しなさい。

- (1) ある企業は製品を1, 2の2つの工場で生産している。顧客1, 2, 3へのこの製品1つ当たりの輸送費、各工場の供給可能量、各顧客の需要量は下の表にまとめている。この企業の総輸送費を最小にする輸送計画を求める問題を定式化しなさい。ただし工場 i から顧客 j への輸送量を x_{ij} ($i=1, 2; j=1, 2, 3$) とする。

工場 \ 顧客	1つあたり輸送費用			供給
	1	2	3	
1	18	15	10	400
2	35	25	15	500
需要	200	250	400	

- (2) 下の表のように価値(円)、重量(kg)である品物 j がある($j=1, 2, \dots, 5$)。これらを 30kg の容量のナップサックに選んで詰めて持っていくとき、総価値が最大となる品物を選ぶ問題を定式化しなさい。

	品物 1	品物 2	品物 3	品物 4	品物 5
価値(円)	35	25	15	500	100
重量(kg)	20	2	4	10	6

問2 システムの改善や機械の設計時にシミュレーションが利用されることがある。コンピュータを用いてシミュレーションを利用して改善案の計画や機械の設計を行う理由として、次の2つの項目について述べよ。

- (1) 費用の節約
- (2) 計画や設計に要する時間

問3 M/M/1 待ち行列モデルに関して以下の問に答えなさい。

- (1) 客の到着間隔が平均8分であるとき、平均到着率 λ を求めよ。
- (2) 窓口の平均サービス率 μ が1分あたり0.2人であるとき、1人当たりの平均サービス時間を求めよ。
- (3) λ/μ を ρ とするとき、 ρ が表す内容について述べよ。また、 $\rho < 1$ であることを何というか？

[2]

問題 X_1, X_2, X_3 は互いに独立で、同一の連続分布に従うとする。その密度関数を $f(x) \equiv dP(X_1 \leq x)/dx$ とする。さらに、 $f(-x) = f(x)$, $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = 1$, $E(|X_1^3|) < \infty$ とする。

このとき、次の (1) から (3) の間に答えよ。

(1) $E(X_1 X_2 X_3)$ を求めよ。

(2) $E(X_1^2 X_2^2 X_3^2)$ を求めよ。

(3) $E\{(X_1 + X_2)(X_1 - X_2)(1 + X_3)\}$ を求めよ。

[3] 命題論理の論理式について考える。ただし、命題変数をあらわすのに、 p, q, r などの文字を用い、論理式は、命題変数と $\perp$ (矛盾)から4つの論理記号、 $\wedge$ (かつ)、 $\vee$ (または)、 $\rightarrow$ (ならば)、 $\neg$ ($\sim$ でない)を用いて定義する。また、2つの真理値「真」と「偽」を、それぞれ、 t, f とあらわす。さらに、2つの論理式 A と B に対して、 A の真理値と B の真理値が常に一致するとき、 A と B は同値であるといい、 $A \sim B$ とあらわす。

(1) 論理式 $\neg(p \rightarrow (q \rightarrow (\neg p \vee \neg r)))$ と同値な論理式で、 $\perp, \vee, \rightarrow$ のどれも現れないものの例を挙げよ。

(2) 論理式 $p \wedge (q \vee (r \wedge \neg p))$ と同値な論理式で、現れる命題変数の出現の個数が最も小さいものを求めよ。

(3) $A = (((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow q) \rightarrow q$ とおく。

(3.1) A の真理値表をかけ。

(3.2) A と同値な、論理和標準形の論理式の例を挙げよ。

(3.3) A と同値な、論理積標準形の論理式の例を挙げよ。

(4) 論理式の集合 S を次のように帰納的に定義する。

定義.

- ・ 任意の命題変数は S に属する
- ・ $\perp \in S$
- ・ $A, B \in S$ ならば $\neg(A \rightarrow B) \vee A \in S$

(4.1) S の要素で、命題変数が現れないものの例を3つ挙げよ。

(4.2) すべての命題変数に真理値 f を割り当てるとき、任意の $A \in S$ は f であることを証明せよ。

(4.3) 任意の $A \in S$ と任意の命題変数 p に対して、「 $A \sim \neg p$ でない」ことを証明せよ。

[4]

問1 次の各問に答えよ。

- (1) ソフトウェアプロセスにおいて一般的に行われる作業のうち、(A) 設計、(B) 検証、とはどのような作業であるか、それぞれ説明せよ。
- (2) ソフトウェアプロセスモデルは、ソフトウェアプロセスを抽象化して記述したものであると言われる。ここでの抽象化の意味について、特定のソフトウェアプロセスモデルを例に挙げて説明せよ。
- (3) ソフトウェア開発においては保守プロセスが重要であると言われる。その理由を、ソフトウェアの持つ特徴、ソフトウェアに対する要求の持つ特徴、ソフトウェアを取り巻く環境の持つ特徴の観点から簡潔に述べよ。
- (4) ソフトウェアのブラックボックステストとはどのような特徴を持つテスト方法か、テストケース設計の際にどんな情報を用いるかに着目して説明せよ。
- (5) 組込みシステムに一般的に求められる性質に、高いディペンダビリティが挙げられる。(A) ディペンダビリティとはどんな性質で、(B) それがなぜ組込みシステムにとって重要なのか、についてそれぞれ説明せよ。
- (6) オブジェクト指向における、メッセージ通信（メッセージパッシング）について、(A) メッセージは何と何との間に受け渡されるもので、(B) メッセージが受け渡されるとどのように計算が行われるのか、説明せよ。また、(C) UMLのうち、メッセージ通信の系列を記述するための図式の名前は何か答えよ。

問2 蒸気を発生させるヒータと、水量センサを備えた給水タンク、開始ボタン、停止ボタン、温度センサ、湿度センサからなる簡単な加湿器システムを制御するソフトウェアを作りたい。次の文章を読んで各問に答えよ。導出過程についても説明すること。

電源を投入した直後、加湿器は停止している。そのときに開始ボタンを押すと、加湿器はヒータを用いて蒸気を発生させる。蒸気発生中に停止ボタンを押すと蒸気発生を止める。また、温度センサの計測する温度があらかじめ固定的に決められた異常温度(t °C)を超過すると蒸気発生を止める。また、給水タンクの水量センサが水量の空を検知すると蒸気発生を止める。一方で、湿度センサの計測する湿度があらかじめ固定的に決められた値($h_1\%$)に達すると蒸気発生を止めるが、湿度があらかじめ固定的に決められた値($h_2\%$: $h_2 < h_1$)を下回ると再びヒータを用いて蒸気を発生する。湿度が $h_1\%$ に達して蒸気発生が止まっているときに停止ボタンを押すと加湿器は電源を投入した直後と同じ状態となり、開始ボタンを押さないと蒸気発生は行わなくなる。

- (1) この加湿器システムにはどのような状態があり、システムの状態を変化させるイベントにはどのようなものがあるかを分析することにより、このシステムの状態遷移モデルを記述せよ。
- (2) この加湿器のソフトウェアをオブジェクト指向開発手法に基づいて分析することを考える。システムの構成要素は何か、構成要素間のやり取りにはどんなものがあるかを考察することで、クラスとクラス間の意味関係を抽出せよ。その結果をクラス図として記述せよ。属性や操作（メソッド）など、オブジェクトの詳細については省略してよい。

[5] (1/2)

C言語で、配列を用いたデータ集合の管理方法と、リストを用いたデータ集合の管理方法について考える。

1. 大きさ10の配列を用いて、2, 4, 6, 8, 10 というデータの集合を管理するために、
以下の図のような形でデータを保持することを考える。入力されるデータの値に制限はないものとする。

	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]
array	2	4	6	8	10					

この配列に、以下の手順を適切な順番で行うことで、7 というデータを追加し、

2, 4, 6, 7, 8, 10 という順番でデータを管理したい。(ア) ~ (ウ) の処理を適切な順番で並べなさい。

(ア) 8 のデータを一つ後ろにずらす

(イ) 10 のデータを一つ後ろにずらす

(ウ) array[3] に 7 を代入する

2. 要素数が n であるデータ集合である配列 array に対して、array[index] の場所にデータ data を追加する C 言語の関数 add_element を、①から⑤に適切なプログラム片を記入して完成させなさい。
この関数の返却値は、追加後の要素数とする。また、 $\text{index} \leq n$ とし、配列 array の大きさは $n+1$ 以上とする。

```
int add_element(int array[], int n, int index, int data){
    int i;
    for( ① ; ② ; ③ ){
        ④ ;
    }
    ⑤ ;
    return n+1;
}
```

3. 要素数が n であるデータ集合である配列 array の任意の要素に対してデータを参照したい。
この場合に必要な計算量について導出過程を含めて示せ。
4. 要素数が n であるデータ集合である配列 array の任意の場所にデータを追加したい。
この場合に必要な計算量について導出過程を含めて示せ。

次ページに続く

[5] 続き(2/2)

5. 2, 4, 6, 8, 10 という順番をもつデータの集合を管理するために、
リストでは以下のような構造でデータをつないでいくことでデータを管理する。



リストを構成する要素となる、データと次の要素へのポインタから構成される下のデータ構造 A を一般的になんというか答えなさい。



6. C 言語によるリストを用いたデータ構造では、データの終端をどのように表すか説明しなさい。
7. このリストに、以下の手順を適切な順番で行うことで、7 というデータを追加し、
2, 4, 6, 7, 8, 10 という順番でデータを管理したい。(ア) ～ (オ) の処理を適切な順番で並べなさい。
選択肢内には、不必要な操作も含まれている。順不同な操作がある場合、どちらを示してもよい。
- (ア) 先頭から順番にたどり、追加する場所の一つ前の要素の場所を s として覚えておく
 - (イ) 先頭から順番にたどり、追加する場所の次の要素の場所を s として覚えておく
 - (ウ) データ構造 A を一つ生成し、生成した A のデータ部分を 7 とする
 - (エ) s の次の要素を、(ウ) で生成した A とする
 - (オ) (ウ) で生成した A の次の要素を、 s の次の要素とする。
8. 要素数が n であるデータ集合であるリスト内の任意の要素に対してデータを参照したい。
この場合に必要な計算量について導出過程を含めて示せ。
9. 要素数が n であるデータ集合であるリスト内の任意の場所にデータを追加したい。
すでに追加する場所 (問 7 でいう s) が特定できており、あとは追加するだけであると考えた場合に、
追加する操作に必要な計算量について導出過程を含めて示せ。

[6]

水平面上にある直線状のレールの上を移動できる質量 M_A の台車 A と質量 M_B の台車 B を考える。

台車 A と台車 B はばね定数 K のばねで接続されている。

台車 A にレールの方向に力 $F(t)$ を加えて台車 B を制御することを考える。

適切な座標系において時刻 t における台車 A の位置を $y_A(t)$ 、台車 B の位置を $y_B(t)$ とする。

$M_A = 1$, $M_B = 1$, $K = 1$ とする。

1. 台車 A の運動方程式と、台車 B の運動方程式を示しなさい。
2. 力 $F(t)$ から台車 B の位置までのブロック線図を示しなさい。
3. 問2 で求めたブロック線図の状態空間表現を求めなさい。
4. 問3 で求めたシステムの固有値(システムの伝達関数の極)を下記の公式を利用して求めなさい。

$$\det \left(\begin{bmatrix} P & Q \\ R & S \end{bmatrix} \right) = \det(S) \det(P - QS^{-1}R)$$

[7]

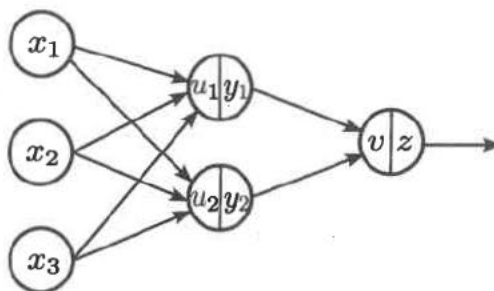
1. 音楽信号の帯域：15Hz～8kHz に対し，ナイキスト速度で標本化し，8ビット／サンプルでPCM符号化するとする．このデジタル情報の通信速度を求めよ．適切な単位ならびに補助単位も書くこと．
2. ある通信で用いられる情報はA, B, ならびにCの3種類から構成され，それぞれの生起確率は0.6, 0.3, ならびに 0.1 である．この情報のエントロピーを求めよ．ただし， $\log_2 0.6 = -0.74$, $\log_2 0.3 = -1.74$, $\log_2 0.1 = -3.32$ であるとし，エントロピーの有効数字は2桁とする．
3. インターネットプロトコルに関し，IPv4のIPアドレスが次のように表されるとき，
IP アドレス 192.168.5.11
サブネットマスク 255.255.255.224
このネットワークアドレスを求めよ．
4. デジタル通信はアナログ通信に比較していくつかの長所がある．このうち二つの長所を挙げて簡潔に説明せよ．

[8]

下記の (1), (2), (3) について答えなさい。

(1) ニューラルネットワークで用いられる活性化関数 $f(x) = \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ について、その導関数 $f'(x) = \frac{df}{dx}$ を求めなさい。

(2) 下図のようなネットワーク構造を持つニューラルネットワークを考える。



具体的には、重み (パラメータ) を $w = [w_{11} \ w_{12} \ w_{13} \ w_{21} \ w_{22} \ w_{23} \ w_1 \ w_2]$ として、入力 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]$ に対する出力 z を、次で定める。

$$u_1 = w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{13}x_3, \quad u_2 = w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{23}x_3, \\ y_1 = \log(1 + e^{u_1}), \quad y_2 = \log(1 + e^{u_2}), \quad v = w_1y_1 + w_2y_2, \quad z = v.$$

このときの誤差 (損失) を $E = E(w) = \frac{1}{2}(z-1)^2$ で評価するとき、 $\frac{\partial E}{\partial w_1}$ と $\frac{\partial E}{\partial w_{11}}$ を $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, z, w_1, w_2$ のうち必要なものを用いてあらわしなさい。

(3) 決定木は一般に過学習を起こし易いとされる。ランダムフォレストは決定木のこの欠点を補うために考案された手法であるが、どのような工夫によって、この欠点を補っているのかを 150 字程度で説明しなさい。

(問題はここまで)

（問 題 紙）

領域[1]～[8]から、志望する専攻の選択条件を満たすように2領域を選択し、解答しなさい。

選択した各領域に対して1枚の解答紙を用い、各解答紙の所定の欄に選択した領域の番号を記入しなさい。

解答紙の表面だけで書ききれない場合は裏面を使ってもよいが、その旨を明記すること。

I. 領域

[1] オペレーションズ・リサーチ

[2] 統計学

[3] 数理論理学

[4] ソフトウェア工学

[5] 情報科学

[6] システム工学

[7] 通信ネットワーク

[8] 機械学習工学

II. 各専攻の選択条件

○データサイエンス専攻を志望する学生

[1], [2], [3], [8] から1領域を選択、残り7領域から1領域を選択

○ソフトウェア工学専攻を志望する学生

[4], [5] から1領域を選択、残り7領域から1領域を選択

○機械電子制御工学専攻を志望する学生

[6], [7] から1領域を選択、残り7領域から1領域を選択

[1]

問1 以下の問題を数理計画問題として定式化しなさい。

- (1) ある企業は製品を1, 2の2つの工場で生産している。顧客1, 2, 3へのこの製品1つ当たりの輸送費、各工場の供給可能量、各顧客の需要量は下の表にまとめている。この企業の総輸送費を最小にする輸送計画を求める問題を定式化しなさい。ただし工場 i から顧客 j への輸送量を x_{ij} ($i=1, 2; j=1, 2, 3$) とする。

工場 \ 顧客	1つあたり輸送費用			供給
	1	2	3	
1	18	14	10	400
2	35	20	15	500
需要	200	250	400	

- (2) ある飲食店では、営業時間中に働くアルバイトのシフトを組んでいる。各時間帯でのアルバイトの必要人数は以下のようである。アルバイトは4時間勤務で17:00, 18:00, 19:00, 20:00から勤務を開始できる。このとき、17:00から勤務するアルバイトの人数を x_1 , 18:00から勤務するアルバイトの人数を x_2 , 19:00から勤務するアルバイトの人数を x_3 として、最も少ない人数でこのシフトを構成する問題を定式化しなさい。

時間帯	必要人数
17:00–18:00	4
18:00–19:00	7
19:00–20:00	5
20:00–21:00	4
21:00–22:00	3
22:00–23:00	2

問2 待ち行列モデルに関して以下の問に答えなさい。

- (1) ある窓口には、客が1時間当たり平均5人到着し、窓口でのお客の所要時間は1人平均7分である。このとき、平均到着率 λ と平均サービス率 μ を求めよ。
- (2) (1)の λ と μ について、 λ/μ を ρ とするとき、M/M/1 待ち行列において ρ が表す内容について述べよ。

[2]

問題

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とし、3次元確率ベクトル $\mathbf{X} \equiv (X_1, X_2, X_3)^T$ が3次元正規分布 $N_3(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ に従っているとする。

このとき、次の(1)から(4)の問に答えよ。

- (1) X_1 の分布を求めよ。
- (2) $X_1 + X_2$ の分布を求めよ。
- (3) 期待値 $E(X_1 + X_2 + X_3)$ を求めよ。
- (4) 分散 $V(X_1 + X_2 + X_3)$ を求めよ。

[3] 命題論理の論理式について考える。ただし、命題変数をあらわすのに、 p, q, r などの文字を用い、論理式は、命題変数と $\perp$ (矛盾)から4つの論理記号、 $\wedge$ (かつ)、 $\vee$ (または)、 $\rightarrow$ (ならば)、 $\neg$ (～でない)を用いて定義する。また、2つの真理値「真」と「偽」を、それぞれ、 t, f とあらわす。さらに、2つの論理式 A と B に対して、 A の真理値と B の真理値が常に一致するとき、 A と B は同値であるといい、 $A \sim B$ とあらわす。

(1) 論理式 $\neg(\neg(\neg q \vee \neg r) \rightarrow \neg p)$ と同値な論理式で、 $\perp, \vee, \rightarrow$ のどれも現れないものの例を挙げよ。

(2) 論理式 $(p \wedge \neg q) \wedge ((p \rightarrow q) \vee r)$ と同値な論理式で、長さが最も短いものを求めよ。ただし、論理式の長さとは、その論理式に現れる記号の出現の数である。

(3) $A = (((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow q) \rightarrow p$ とおく。

(3.1) A の真理値表をかけ。

(3.2) A と同値な、論理和標準形の論理式の例を挙げよ。

(3.3) A と同値な、論理積標準形の論理式の例を挙げよ。

(4) 論理式の集合 S を次のように帰納的に定義する。

定義.

- ・任意の命題変数は S に属する
- ・ $\perp \in S$
- ・ $A \in S$ ならば $\neg(A \rightarrow \perp) \in S$
- ・ $A, B \in S$ ならば $A \wedge B \in S$

(4.1) S の要素で、命題変数も $\wedge$ も現れないものの例を3つ挙げよ。

(4.2) すべての命題変数に真理値 f を割り当てるとき、任意の $A \in S$ は f であることを証明せよ。

(4.3) 任意の $A \in S$ と任意の命題変数 p に対して、「 $A \sim \neg p$ でない」ことを証明せよ。

[4]

問1 次の各問に答えよ。

- (1) ソフトウェアの工学的な開発が求められている理由について、ソフトウェアの社会的な役割の観点から説明せよ。
- (2) ソフトウェアプロセスとは何か、簡潔に説明せよ。
- (3) ソフトウェアプロセスモデルとは何か、簡潔に説明せよ。
- (4) ソフトウェアアーキテクチャとは何か、簡潔に説明せよ。
- (5) ソフトウェアの正当性検証 (verification) と妥当性確認 (validation) についてそれぞれ簡潔に説明せよ。
- (6) ソフトウェアの保守性とはどんな性質か、簡潔に説明せよ。
- (7) 構造化分析で用いられるコンテキスト図とはどんな図か、簡潔に説明せよ。(コンテキスト図の例を図示するなどして説明しても良い)
- (8) 構造化設計で用いられる STS 分割法について、どのような方法か簡潔に説明せよ。(分割例を示すなどして説明しても良い)
- (9) 組込みシステムに対する特徴的な要求であるリアルタイム性とはどんな性質か、簡潔に説明せよ。
- (10) ネットワークに接続されたシステムに求められるセキュリティとはどんな性質か、簡潔に説明せよ。

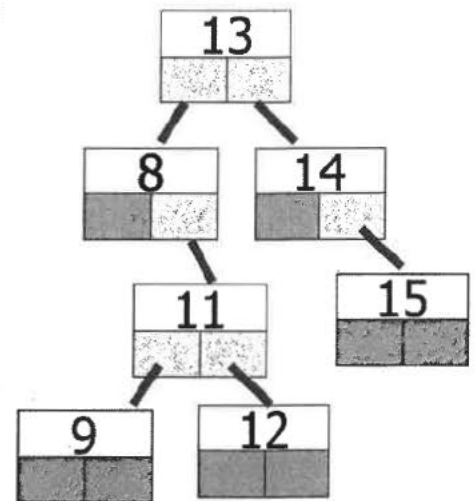
問2 次の文章を読んで各問に答えよ。

パンを加熱するヒータと、加熱ボタン、停止ボタン、温度センサからなる簡単なトースタシステムを制御するソフトウェアを作りたい。このシステムを起動した直後、ヒータは停止している。停止状態で加熱ボタンを1回押すとヒータが弱モードで加熱する。弱モードでの加熱中に加熱ボタンを1回押すとヒータが強モードで加熱する。強モードでの加熱中に加熱ボタンを1回押すとヒータは再び弱モードで加熱する。ヒータが加熱中に停止ボタンを1回押すとヒータは加熱を停止する。また、温度センサの計測する温度があらかじめ決められた温度 ($t^{\circ}\text{C}$) を超過するとヒータは緊急停止する。緊急停止中は、加熱ボタンを押してもヒータは再び加熱を始めない。緊急停止中に停止ボタンを1回押した後に加熱ボタンを押すとヒータが加熱できるようになる。

- (1) このトースタシステム、およびシステムの構成要素、構成要素間の関係を分析することで、クラス図を記述せよ。クラスのメソッドや属性は省略して良い。
- (2) このトースタシステムへ外部から入力される事象 (イベント) に対し、システムが状態をどのように変化させ、どのように振舞うかを分析することで、状態遷移図 (状態機械図) を記述せよ。

[5]

1. 図の木構造は、根に着目すると、右側の部分木には根の値より大きい値だけが入り、左側の部分木には根の値より小さい値だけが入っている。また、すべての部分木において同じ条件を満たしている。このような条件を満たしたデータ構造（木構造）を何というか答えなさい。
2. 図の木構造において、9が存在するかどうかを調べる手順について説明しなさい。
3. 図の木構造に、10を追加するための手順について説明し、10を追加した後の木を示しなさい。
4. 図の木構造から、13を削除するための手順について説明し、13を削除した後の木を示しなさい。
5. あるデータ集合に対して、1.の条件を満たした木の例は何通りも考えることができる。
 - (A) 図の木構造が表現するデータ集合と同じ構成要素からなる、
 1. の条件を満たしたうえで木の高さが最も高くなるような木の例を示しなさい。
 - (B) 図の木構造が表現するデータ集合と同じ構成要素からなる、
 1. の条件を満たしたうえで木の高さが最も低くなるような木の例を示しなさい。
6. データを管理（探索、削除、追加などの操作を指す）するうえで、5. で示した (A) と (B) の木のどちらのほうが操作に必要な時間の観点から効率がよいと考えられるか。理由とともに示しなさい。
7. このデータ構造の改良手法として、AA木、AVL木、赤黒木といったデータ構造が挙げられる。これらの手法は、1. のデータ構造をどのような方針で改良したものなのか答えなさい。



[6]

以下の式で表される、鋼球を電磁石で浮上させる鉛直方向釣り上げ型の磁気浮上系を考える。

$$L I'(t) + R I(t) = V(t)$$

$$M D''(t) = -K I(t)^2 / D(t)^2 + M g$$

ここで、 $L, R, M, K, g, I(t), V(t), D(t)$ はそれぞれ、電磁石中のコイルのインダクタンス、コイルの抵抗、鋼球の質量、電磁力定数、重力加速度、コイルに流れる電流、コイルの両端の電位差、電磁石と鋼球との距離、である。 $I'(t), D''(t)$ はそれぞれ、 $I(t)$ の t による 1 階微分、 $D(t)$ の t による 2 階微分である。

問題 1. 制御系への入力を $V(t)$ として、状態変数ベクトル $x(t)$ を適切に定義し、この磁気浮上系の非線形状態方程式を導出せよ。

問題 2. 電気系の応答は機械系よりも十分に早く、コイルのインダクタンスは無視できるものとする ($L = 0$ とする)。このときの磁気浮上系の非線形状態方程式を導出せよ。

問題 3. 問題 2 の系に対する線形近似を考える。 $V = v_0, I = i_0, D = d_0$ が平衡点であった。すなわち、 $R i_0 = v_0, -K i_0^2 / d_0^2 + M g = 0$ が成立した。平衡点からの微小な変動 $v(t), i(t), d(t)$ を $V(t) = v_0 + v(t), I(t) = i_0 + i(t), D(t) = d_0 + d(t)$ とする。この平衡点においてテイラー展開を用いて線形近似を行い、平衡点近傍の振る舞いを線形状態方程式であらわせ。ただし、 $R = 1, M = 1, v_0 = 1, i_0 = 1, d_0 = 1, K > 0, g > 0$ とする。

問題 4. 問題 3 で得られた線形状態方程式から、 $v(t)$ から $d(t)$ までの伝達関数を導出せよ。安定判別を行え。

問題 5. 問題 4 で得られた伝達関数にインパルス信号を入力したときの出力を導出せよ。

[7]

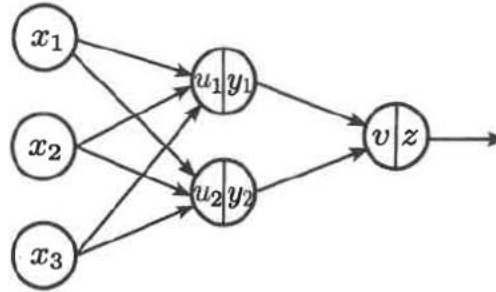
1. アナログ情報をデジタル化するには標本化と量子化を組み合わせるが、これに関し以下の問いに答えよ。
 - (a) 標本化定理の内容について簡潔に述べよ。
 - (b) 標本化周波数は $8[\text{kHz}]$ 、量子化は $16[\text{bit}]$ でアナログ情報をデジタル化するとき、そのデジタル情報の速度を求めよ。
2. 通信のスループットに関し、以下の問いに答えよ。ここで、サーバーからネットワーク経由でファイルをダウンロードする際、ファイルのデータ容量を D 、ダウンロードにかかった時間を T とすると、スループットは D/T で求められ、その単位は bit/s である。
 - (a) 10M バイトのファイルをダウンロードするのに5秒かかった場合のスループットを求めよ。有効数字は2桁とする。
 - (b) スループットは通信回線の速度より小さくなるが、この理由にはいくつかある。理由の一つを述べよ。
3. インターネットにおいて、MAC アドレスと IP アドレスの違いについて述べよ。
4. 以下の用語について簡潔に説明せよ。
 - (a) グローバル IP アドレス
 - (b) プライベート IP アドレス
 - (c) ポート番号
 - (d) well-known ポート

[8]

下記の (1), (2), (3) について答えなさい。

(1) ニューラルネットワークで用いられる活性化関数 $f(x) = \log(1 + e^x)$ について、その導関数 $f'(x) = \frac{df}{dx}$ を求めなさい。

(2) 下図のようなネットワーク構造を持つニューラルネットワークを考える。



具体的には、重み (パラメータ) を $w = [w_{11} \ w_{12} \ w_{13} \ w_{21} \ w_{22} \ w_{23} \ w_1 \ w_2]$ として、入力 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]$ に対する出力 z を、次で定める。

$$u_1 = w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{13}x_3, \quad u_2 = w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{23}x_3,$$

$$y_1 = \tanh u_1, \quad y_2 = \tanh u_2, \quad v = w_1 y_1 + w_2 y_2, \quad z = v.$$

このときの誤差 (損失) を $E = E(w) = \frac{1}{2}(z-1)^2$ で評価するとき、 $\frac{\partial E}{\partial w_1}$ と $\frac{\partial E}{\partial w_{11}}$ を $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, z, w_1, w_2$ のうち必要なものを用いてあらわしなさい。ただし、 $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ である。

(3) 階層クラスタリングと非階層クラスタリングについて、それぞれの利点と欠点を 150 字～200 字程度で説明しなさい。

(問題はここまで)

発行：南山大学入試課

名古屋市昭和区山里町18番地

Phone : (052)832-3119

F a x : (052)832-3592

E-mail : ml-grad@nanzan-u.ac.jp

URL : <https://www.nanzan-u.ac.jp/>